

Facoltà di Ingegneria  
Compito scritto di Fisica II – 17.7.2006 – Compito B

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}; \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Tm}}{\text{A}}$$

**Esercizio n.1**

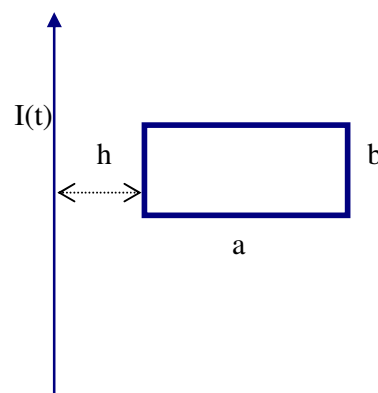
Un filo rettilineo indefinito è percorso da una corrente  $I(t) = \frac{\alpha}{2}t$  (la corrente è diretta verso l'alto, con  $\alpha$  positivo).

Una spira rettangolare di lati  $a$  (perpendicolare al filo) e  $b$  (parallelo al filo), avente resistenza  $R$ , è posta con il lato più vicino al filo a distanza  $h$  dal filo. Il filo e la spira giacciono nello stesso piano, come in figura.

Calcolare il campo magnetico a distanza  $r$  dal filo, il flusso del campo magnetico che attraversa la spira a un istante  $t$ , la forza elettromotrice indotta, e la corrente indotta nella spira (trascurare l'autoinduzione).

Rispondere quindi alle seguenti domande:

1. Il campo magnetico generato dal filo a distanza  $r$  dal filo ha modulo
  - A.  $\frac{\mu_0 \alpha t}{4\pi r} (*)$
  - B.  $\frac{\mu_0 \alpha t}{2\pi r}$
  - C.  $\frac{\mu_0 \alpha}{2\pi r}$
  - D.  $\mu_0 \alpha t 2\pi r$
2. Il campo magnetico generato dal filo nel piano della spira è, in ogni punto della superficie della spira,
  - A. ortogonale alla superficie della spira e diretto verso l'esterno del foglio
  - B. ortogonale alla superficie della spira e diretto verso l'interno del foglio(\*)
  - C. parallelo alla superficie della spira e diretto verso destra
  - D. parallelo alla superficie della spira e diretto verso il filo.
3. Il flusso del campo magnetico che attraversa la spira a un istante  $t$  vale, in valore assoluto,
  - A.  $\frac{\mu_0 \alpha t}{2\pi h} ab$
  - B.  $\frac{\mu_0 \alpha tab}{2\pi r}$
  - C.  $\frac{\mu_0 \alpha t}{4\pi} b \ln\left(1 + \frac{a}{h}\right) (*)$
  - D.  $\frac{\mu_0 \alpha t}{2\pi} \ln\left(\frac{a}{h}\right) + \left(\frac{b}{h}\right)$
4. La forza elettromotrice indotta nella spira vale, in valore assoluto,
  - A.  $\frac{\mu_0 \alpha}{2\pi} \ln\left(\frac{a}{h}\right) + \left(\frac{b}{h}\right)$
  - B.  $\frac{\mu_0 \alpha}{4\pi} b \ln\left(1 + \frac{a}{h}\right) (*)$
  - C.  $\frac{\mu_0 \alpha t}{2\pi h} ab$
  - D.  $\frac{\mu_0 \alpha ab}{2\pi r}$



5. La corrente indotta nella spira vale
- $\frac{\mu_0 \alpha}{2\pi R} \ln\left(\frac{a}{h}\right) + \left(\frac{b}{h}\right)$
  - $\frac{\mu_0 \alpha}{\pi h R} ab$
  - 0
  - $\frac{\mu_0 \alpha}{4\pi R} b \ln\left(1 + \frac{a}{h}\right) (*)$
6. La corrente indotta nella spira, disposta come in figura, circola in senso
- Orario
  - Antiorario (\*)
  - Alternato
  - Non circola

### Esercizio n.2

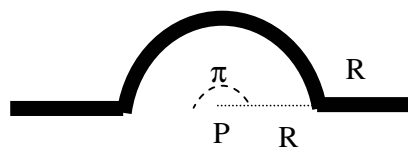
Un filo di materiale isolante, con densità di carica lineare  $\lambda$  costante, viene piegato fino ad assumere la forma mostrata in figura (la parte circolare ha raggio  $R$  e forma un arco con angolo al centro di  $\pi$ , i due tratti rettilinei sono ciascuno di lunghezza  $R$ ). Calcolare il potenziale elettrico nel punto  $P$  (centro della parte circolare)

Successivamente una carica  $Q$  puntiforme viene collocata nel punto  $P$ .

Calcolare l'energia potenziale elettrostatica della carica puntiforme  $Q$ .

Rispondere quindi alle seguenti domande

7. La carica del filo vale
- $\lambda R$
  - $\lambda R(2 + \frac{3}{2}\pi)$
  - $\lambda R(2 + \pi) (*)$
  - $\lambda R(\ln 2 + \pi)$



8. Il potenziale nel punto  $P$  generato dalla carica di tutto il filo, rispetto all' $\infty$  dove è nullo:
- $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} (2\pi + \ln 2)$
  - $\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} [2(\ln 2) + \pi] (*)$
  - $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} (\ln 2)$
  - $\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} (\pi)$
9. L'energia potenziale elettrostatica della carica  $Q$  quando è posta nel punto  $P$  vale, rispetto all' $\infty$  dove è nulla:
- 0
  - $Q \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} [2(\ln 2) + \frac{\pi}{2}]$
  - $Q \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} [2(\ln 2) + \pi] (*)$
  - $Q \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} (\pi)$

### Esercizio n.3

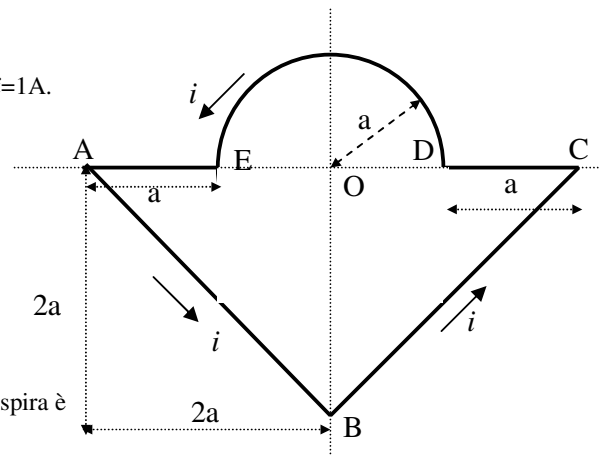
Nella spira mostrata in figura circola in senso antiorario una corrente  $i=1\text{A}$ .

Calcolare:

- il campo magnetico  $\vec{B}$  nel punto O (centro della semicirconferenza, vedi figura)
- il momento magnetico  $\vec{m}$  della spira

$$(a=10\text{m}, \mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A})$$

Rispondere quindi alle seguenti domande:



- il campo magnetico  $\vec{B}$  nel punto O dovuto alla corrente nella spira è
  - ortogonale al foglio ed uscente (\*)
  - ortogonale al foglio ed entrante
  - parallelo al foglio ed orientato verso destra
  - parallelo al foglio ed orientato verso sinistra
- il campo magnetico in O dovuto alla corrente nel filo EA ha modulo
  - $\frac{\mu_o i}{2\pi a}$
  - $\frac{\mu_o i}{2\pi a^2}$
  - $\frac{\mu_o i}{4\pi a}$
  - 0 (\*)
- il campo magnetico in O dovuto alla corrente nel filo AB ha modulo
  - $\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\mu_o i}{\pi a}$
  - $\frac{\mu_o i}{4\pi a}$  (\*)
  - $\frac{\sqrt{2}}{16} \frac{\mu_o i}{\pi a}$
  - 0
- il campo magnetico nel punto O dovuto alla corrente nella semicirconferenza di raggio a ha modulo
  - $\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\mu_o i}{a}$
  - $\frac{\mu_o i}{4\pi a}$
  - $\frac{\sqrt{2}}{16} \frac{\mu_o i}{\pi a}$
  - $\frac{\mu_o i}{4a}$  (\*)
- il campo magnetico nel punto O dovuto alla corrente nella spira ha modulo
  - $0.1 \cdot 10^{-7} T$
  - $0.5 \cdot 10^{-7} T$  (\*)
  - $15 \cdot 10^{-7} T$
  - $135 \cdot 10^{-7} T$
- il momento magnetico della spira vale
  - $0.32 \text{ Am}^2$
  - $4.85 \text{ Am}^2$

- C.  $0.076 \text{ Am}^2$   
 D.  $557 \text{ Am}^2$
16. il momento magnetico  $\vec{m}$  della spira è  
 A. ortogonale al foglio ed uscente (\*)  
 B. ortogonale al foglio ed entrante  
 C. parallelo al foglio ed orientato verso destra  
 D. parallelo al foglio ed orientato verso sinistra

#### Esercizio n.4

Un elettrone parte da fermo da un punto A a distanza  $d = 1 \text{ cm}$  da due protoni che distano  $d$  tra loro ed arriva nel punto medio B tra i due protoni.

Il valore assoluto della carica del protone e dell'elettrone è  $q = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ; la massa dell'elettrone è  $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$ .  
 Determinare la velocità raggiunta dall'elettrone nel punto B ed il lavoro fatto sull'elettrone dal campo elettrico generato dai protoni.

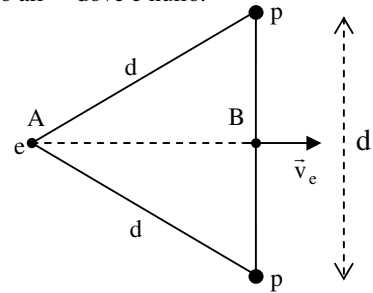
Suggerimento:

Poiché l'elettrone si muove in un campo di forze conservativo (e non uniforme) e non viene richiesto l'andamento temporale del moto dell'elettrone, conviene applicare un teorema integrale molto generale, p.e. ...lavoro-energia cin. ... o altro..

Rispondere quindi alle seguenti domande:

17. nel punto A il potenziale elettrostatico generato dai due protoni vale, rispetto all' $\infty$  dove è nullo:

- A.  $V_p = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 d \sin 30^\circ}$   
 B.  $V_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 d^2}$   
 C.  $V_p = \frac{q \sin 30^\circ}{4\pi\epsilon_0 d^2}$   
 D.  $V_p = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 d}$  (\*)



18. nel punto B l'energia potenziale dell'elettrone vale, rispetto all' $\infty$  dove è nulla:

- A.  $U_Q = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 d \sin 30^\circ}$   
 B.  $U_Q = -\frac{q^2}{\pi\epsilon_0 d}$  (\*)  
 C.  $U_Q = -\frac{q}{2\pi\epsilon_0 d^2}$   
 D.  $U_Q = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d}$

19. il lavoro fatto sull'elettrone, dal punto A al punto B, dal campo elettrico generato dai due protoni ha espressione

- A.  $W = \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 d}$  (\*)  
 B.  $W = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d}$   
 C.  $W = \frac{q^2}{\pi\epsilon_0 d^2}$   
 D.  $W = \frac{4q^2}{\pi\epsilon_0 d}$

20. la velocità dell'elettrone nel punto B ha modulo

- A.  $v_e = 61 \text{ m/s}$   
 B.  $v_e = 175 \text{ m/s}$   
 C.  $v_e = 318 \text{ m/s}$  (\*)

D.  $v_e = 453 \text{ m/s}$

**Esercizio n.5 (facoltativo)**

Un filo di rame, a sezione circolare di diametro  $d = 2.5 \text{ mm}$  e resistenza per unità di lunghezza  $R = 3.4 \cdot 10^{-3} \frac{\Omega}{\text{m}}$ , è percorso da una corrente  $I = 10 \text{ A}$ . Considerando il filo rettilineo ed indefinito, calcolare la densità di energia magnetica e di energia elettrica alla superficie del filo.

Rispondere quindi alle seguenti domande:

21. Sulla superficie del filo di rame il campo magnetico ha modulo

- A.  $2.5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$
- B.  $3.1 \cdot 10^{-4} \text{ T}$
- C.  $8.2 \cdot 10^{-3} \text{ T}$
- D.  $1.6 \cdot 10^{-3} \text{ T (*)}$

22. Alla superficie del filo di rame la densità di energia magnetica vale

- A.  $0.052 \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$
- B.  $5.4 \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$
- C.  $38.5 \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$
- D.  $1.02 \frac{\text{J}}{\text{m}^3} (*)$

23. Il campo elettrico lungo il filo ha modulo

- A.  $E = 1.4 \cdot 10^{-2} \frac{\text{V}}{\text{m}}$
- B.  $E = 8.4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{V}}{\text{m}}$
- C.  $E = 5.4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{V}}{\text{m}}$
- D.  $E = 3.4 \cdot 10^{-2} \frac{\text{V}}{\text{m}} (*)$

24. Alla superficie del filo di rame la densità di energia del campo elettrico vale

- A.  $2.8 \cdot 10^{-8} \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$
- B.  $3.4 \cdot 10^{-10} \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$
- C.  $9.1 \cdot 10^{-13} \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$
- D.  $5.1 \cdot 10^{-15} \frac{\text{J}}{\text{m}^3} (*)$

## Altre domande

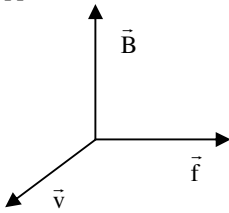
25. In un punto molto vicino alla superficie di un conduttore con densità di carica superficiale  $\sigma$ , il campo è
- ortogonale alla superficie del conduttore e di modulo  $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$  (\*)
  - ortogonale alla superficie del conduttore e di modulo  $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$
  - parallelo alla superficie del conduttore e di modulo  $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$
  - parallelo alla superficie del conduttore e di modulo  $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$
26. Un campo vettoriale  $\vec{E}$  è conservativo se e solo se
- $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$  (\*)
  - $\vec{\nabla} E = 0$
  - $\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) = 0$
  - $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$
27. Un sistema di tre cariche,  $q_1 = q_2 = q_3 = q$ , poste ai vertici di un triangolo equilatero di lato  $d$ , ha energia potenziale elettrostatica
- $U = \frac{3}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{d}$  (\*)
  - $U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{d^2}$
  - $U = \frac{1}{3\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{d}$
  - $U = \frac{9}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{d^2}$
28. Due fili rettilinei paralleli, molto lunghi, sono percorsi da correnti concordi. Tra i due fili vi è una forza
- nulla
  - attrattiva (\*)
  - repulsiva
  - centrale
29. Il campo elettrico all'interno di un dielettrico aumenta a causa della polarizzazione indotta
- Vero
  - Falso (\*)
30. Il campo elettrostatico nelle immediate vicinanze della superficie di un conduttore carico è ortogonale ad essa
- Vero (\*)
  - Falso
31. Sia  $\vec{f}$  la forza di Lorentz agente su una carica positiva che si muove con velocità  $\vec{v}$  in un campo magnetico  $\vec{B}$ . Tra le seguenti terne rappresentanti  $\vec{B}, \vec{v}$ , ed  $\vec{f}$ , è corretta la rappresentazione della
- Fig 1
  - Fig 2
  - Fig 3
  - Fig 4 (\*)
- 

Fig. 1

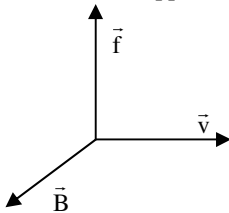


Fig. 2

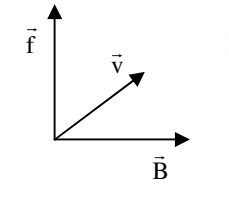


Fig. 3

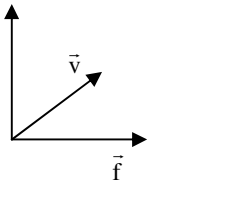


Fig. 4
32. Un magnete è fermo all'interno di un solenoide. Nel solenoide
- c'è una corrente indotta
  - non c'è corrente indotta (\*)
  - c'è una corrente di spostamento
  - c'è una corrente indotta ed una corrente di spostamento

33. Due condensatori, rispettivamente di capacità  $C_1$  e  $C_2$ , collegati in serie, sono equivalenti ad un singolo condensatore di capacità
- a.  $C_1 + C_2$
  - b.  $C_1 - C_2$
  - c.  $\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$  (\*)
  - d.  $\frac{C_1 C_2}{C_1 - C_2}$
34. Uno studente, imprigionato nella cavità interna di un conduttore, segnala la propria presenza all'esterno agitando una bacchetta isolante carica. Il campo elettrico all'esterno del conduttore
- a. varia in funzione della posizione della bacchetta, rivelando la presenza dello studente.
  - b. rimane costante e non rivela quindi la presenza dello studente (\*)
  - c. varia se la bacchetta viene agitata orizzontalmente e solo in questo caso rivela la presenza dello studente.
  - d. varia se la bacchetta viene agitata verticalmente e solo in questo caso rivela la presenza dello studente.

## Soluzioni

### Esercizio n.1

Il campo magnetico generato dal filo rettilineo indefinito percorso dalla corrente  $I(t)$ , in un punto a distanza  $r$ , ha modulo

$$B(r) = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi r}.$$

Integrando il campo magnetico sulla superficie della spira rettangolare si ottiene il flusso tagliato dalla spira

$$\phi = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \int_0^b dz \int_h^{h+a} dr B(r) = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi} b \ln\left(1 + \frac{a}{h}\right)$$

La forza elettromotrice indotta si ottiene derivando rispetto al tempo  $t$  il flusso tagliato dalla spira.

### Esercizio n.2

Essendo la carica distribuita uniformemente sul filo con densità lineare di carica  $\lambda$ , la carica totale sarà pari a  $\lambda R(2 + \pi)$ . Il potenziale nel punto P generato da un tratto

elementare di filo è uguale a  $dV = \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 r}$ . Integrando quest'espressione su ciascun tratto rettilineo si ottiene

$\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} (\ln 2)$ . Integrando sul tratto circolare, otteniamo invece  $\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} (\pi)$ . Il potenziale generato da tutto il filo è

quindi  $\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} (2 \ln 2 + \pi)$ . L'energia elettrostatica di una carica posta nel punto P si calcola moltiplicando la carica

per il potenziale elettrostatico nel punto P.

### Esercizio n.4

Il campo dovuto alla corrente nella spira, nel punto O, è ortogonale al foglio ed uscente da esso. Il suo modulo si ottiene sommando i moduli dei campi dovuti alla corrente nei fili AB, BC, CD, DE, EA:

$$\begin{aligned} B(O) &= B_{AB} + B_{BC} + B_{CD} + B_{DE} + B_{EA} = \\ &= 2 \frac{\mu_0 i}{4\pi(\sqrt{2}a)} \frac{2\sqrt{2}a}{\sqrt{(\sqrt{2}a)^2 + (\sqrt{2}a)^2}} + 0 + \frac{\mu_0 i}{4\pi a} \pi + 0 \end{aligned}$$

Il momento magnetico della spira è

$$\vec{m} = iA\hat{n}$$

dove  $A$  è l'area della superficie delimitata dalla spira ed  $\hat{n}$  è un versore ortogonale al piano della spira, cioè al foglio, e con verso uscente. Il modulo di  $\vec{m}$  vale quindi

$$m = i(4a^2 + \frac{\pi}{2}a^2)$$

### Esercizio n.4

La velocità dell'elettrone in Q si ricava dalla conservazione dell'energia tra il punto P ed il punto Q:

$$U_P = U_Q + \frac{1}{2}mv_e^2$$

dove l'energia potenziale dell'elettrone nel punto P e Q è rispettivamente:

$$U_P = -qV_P = -\frac{2q^2}{4\pi\epsilon_0 d} = -\frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 d}$$

$$U_Q = -qV_Q = -\frac{q^2}{\pi\epsilon_0 d}$$

Risolvendo per  $v_e$  si ha:

$$v_e = \frac{q}{\sqrt{\pi\epsilon_0 dm}} = 318 \frac{m}{s}$$

Il lavoro fatto dal campo è uguale alla variazione dell'energia cinetica o all'opposto della variazione di energia potenziale elettrostatica dell'elettrone:



$$W = U_p - U_q = -\frac{2q^2}{4\pi\epsilon_0 d} - \left( -\frac{2q^2}{4\pi\epsilon_0 d/2} \right) = \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 d}$$

### Esercizio n.5

Sulla superficie del conduttore il campo magnetico vale

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi d} = 1.6 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

quindi alla superficie del filo la densità di energia magnetica risulta

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0} = 1.02 \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$$

Il campo elettrico lungo il filo, responsabile del moto delle cariche, è

$$E = \frac{V}{d} = \frac{RI}{d} = 3.4 \cdot 10^{-2} \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Alla superficie del filo la densità di energia del campo elettrico risulta quindi

$$u_E = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} = 5.1 \cdot 10^{-15} \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$$